**DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

1. Định nghĩa: Một đường thẳng được gọi là một tiếp tuyến của đường tròn nếu nó chỉ có 1 điểm chung với đường tròn đó

2. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn

a. Nếu một đường thẳng đi qua 1 điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.

b. Theo định nghĩa

Hoặc viết cách khác: đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O; R) khi nó thỏa mãn:

- Khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng a bằng R

- Đường thẳng a và (O; R) chỉ có 1 điểm chung

- Đường thẳng a đi qua điểm M thuộc (O; R) và OM vuông góc với a

**B. Bài tập áp dụng và các dạng toán**

**Dạng 1: Chứng minh một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn**

**Cách giải:** Để chứng minh đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại tiếp điểm C, ta có thể làm theo một trong các cách sau

- Cách 1: Chứng minh C nằm trên (O) và OC vuông góc với a tại C

- Cách 2: Kẻ OH vuông góc với a tại H và chứng minh OH = OC = R

- Cách 3: Vẽ tiếp tuyến a’ của (O) và chứng minh a trùng với a’.

**Bài 1:** Cho tam giác ABC có  Vẽ đường tròn  Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (B)

**Lời giải**

Ta có: 

**Bài 2:** Cho tam giác ABC cân tại A có các đường cao AH và BK cắt nhau tại I. Chứng minh

a) Đường tròn đường kính AI đi qua K

b) HK là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AI

**Lời giải**

a) Chứng minh được 

b) Gọi O là trung điểm của AI. Ta có:

- 

-  (cùng phụ với )

**Bài 3:** Cho đường tròn (O) và một dây AB. Gọi M là trung điểm của AB, vẽ bán kính OI đi qua M. Từ I vẽ đường thẳng xy // AB. CMR: xy là tiếp tuyến của đường tròn (O)

**Lời giải**

Xét đường tròn (O), ta có  ( đường kính đi qua trung điểm của dây thì vuôn góc với dây )

Mà : xy // AB  là tiếp tuyến của đường tròn.

**Bài 4:** Cho tam giác ABC có hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H

a. Chứng minh bốn điểm A, D, H, E cùng nằm trên 1 đường tròn

b. Gọi (O) là đường tròn đi qua bốn điểm A, D, H, E và M là trung điểm của BC. Chứng minh ME là tiếp tuyến của (O).

**Lời giải**

a) Xét  . Vậy 4 điểm A, D, H, E cùng thuộc 1 đường tròn

b) Xét , M là trung điểm cảu BC  cân tại M    
Ta lại có  cân tại O 

Mặt khác  ( cùng phụ với  ) và 

 ME là tiếp tuyến của đường tròn (O)

**Bài 5:** Cho (O; R) đường kính AB. Vẽ dây AC sao cho , trên tia đối của tia BA lấy điểm M sao cho BM = R. Chứng minh rằng

a. MC là tiếp tuyến của đường tròn (O)

b. MC2 = 3.R2

**Lời giải**

****a. Ta có  đều 

Vậy  vuông tại C ( đường trung tuyến ứng với cạnh huyền )

 là tiếp tuyến của đường tròn (O)

b.  cân tại B 



**Bài 6:** Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 8cm, AC = 15cm. Vẽ đường cao AH. Gọi D là điểm đối xứng với B qua H. Vẽ đường tròn đường kính CD cắt AC ở E

a. Chứng minh rằng HE là tiếp tuyến của đường tròn

b. Tính HE

**Lời giải**

a. Ta có E thuộc đường tròn (O) 

+) Gọi F là trung điểm của AE  là đường trung bình của hình thang ABDE  cân tại H 

+)Ta có : cân tại O  đpcm

b. Xét 

Ta có : AH . BC = AB . AC 

**Bài 7:** Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm (O). Vẽ hình bình hành ABCD, tiếp tuyến tại C của đường tròn cắt đường thẳng AD tại N. Chứng minh rằng

a. Đường thẳng AD là tiếp tuyến của đường tròn (O)

b. AC, BD, ON đồng quy

**Lời giải**

a. Ta có  cân tại A 

Vì tứ giác ABCD là hình bình hành 

Từ (1)(2)   
b. Gọi I là giao điểm của AC và BD  là trung điểm của AC  ( NA, NC là tiếp tuyến )  AC, BD, ON đồng quy (đpcm)

**Bài 8:** Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ đường tròn tâm D đường kính BC cắt AC và AB lần lượt ở E và F. Gọi H là giao điểm của BE và CF. Chứng minh rằng

a. A, E, H, F cùng thuộc 1 đường tròn

****b. DE là tiếp tuyến của đường tròn ở câu a

**Lời giải**

a. Ta có D là tâm đường tròn đường kính BC 

 vuông.

+) Gọi O là trung điểm của AH 

Vậy 4 điểm A, E, H, F cùng thuộc 1 đường tròn

b. Có H là trực tâm AD là đường trung trực của BC

 thẳng hàng

Mà DE là tiếp tuyến (đpcm)

**Dạng 2: Tính độ dài đoạn thẳng**

**Cách giải:** Nối tâm với tiếp điểm để vận dụng định lý về tính chất của tiếp tuyến và sử dụng các công thức về hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính độ dài các đoạn thẳng

**Bài 9:** Cho đường tròn tâm O có bán kính OA = R, dây BC vuông góc với OA tại trung điểm M của OA

a) Tứ giác OACB là hình gì? Vì sao

b) Kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại B, cắt đường thẳng OA tại E. Tính độ dài BE theo R

**Lời giải**

a) OA vuông góc với BC tại M  là trung điểm của BC  là hình thoi

b) Tính được: 

**Bài 10:** Cho đường tròn (O) có dây AB khác đường kính. Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt tiếp tuyến tại A của (O) ở C

a. Chứng minh CB là tiếp tuyến của đường tròn

b. Cho bán kính của (O) bằng 15cm và dây AB = 24cm. Tính độ dài đoạn thẳng OC

**Lời giải**

a. Xét  và , có : 

b. Xét , áp dụng

Xét , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: 

**Bài 11:** Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao, AB = 8cm, BC = 16cm. Gọi D là điểm đối xứng với B qua H. Vẽ đường tròn đường kính CD cắt AC ở E

a. Chứng minh rằng HE là tiếp tuyến của đường tròn

b. Tính độ dài đoạn thẳng HE

**Lời giải**

a. Xét 

Xét có AH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến nên  cân tại A,  là tam giác đều.

+) Ta có OD = OE  cân tại O

Có AB // DE  đều    
là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

b. Xét 

**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1**: Cho đường tròn (O) đường kính AB = 10cm và Bx là tiếp tuyến của (O). Gọi C là một điểm trên (O) sao cho  và E là giáo điểm của các tia AC và Bx

a) Tính độ dài các đoạn thẳng AC, CE và BC

b) Tính độ dài đoạn thẳng BE

**Lời giải**

a) Tính được 

b) Tính được 

**Bài 2:** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và M là điểm nằm trên (O). Tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B của (O) lần lượt ở C và D. Đường thẳng AM cắt OC tại E, đường thẳng BM cắt OD tại F.

a. Chứng minh 

b. Tứ giác MEOF là hình gì?

c. Chứng minh OB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD

**Lời giải**

a. Dễ thấy 

Có CM, CA là các tiếp tuyến 

Tương tự ta có : 

 là phân giác của 

Tương tự OD là phân giác 

b. Do  cân tại O nên OE là đường phân giác đồng thời là đường cao , tương tự  là hình chữ nhật.

c. Gọi I là trung điểm của CD thì I là tâm đường tròn đường kính CD và IO = IC = ID. Có ABDC là hình thang vuông tại A và B nên IO // AC // BD. Do đó AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

**Bài 3 :** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Lấy M thuộc (O) sao cho MA < MB. Vẽ dây MN vuông góc với AB tại H. Đường thẳng AN cắt BM tại C. Đường thẳng qua C vuông góc với AB tại K và cắt BN tại D

a. Chứng minh A, M, C, K cùng thuộc 1 đường tròn

b. Chứng minh BK là tia phân giác của 

c. Chứng minh  cân và KM là tiếp tuyến của (O)

d. Tìm vị trí của M trên (O) để tứ giác MNKC trở thành hình thoi

**Lời giải**

a. Ta có 

b.  cân tại B có BA là đường cao, trung tuyến và phân giác

c.  có  là trực tâm  thẳng hàng

Ta có  vuông tại M có MK là trung tuyến nên  cân tại K    
Lại có 

Mà OM là bán kính nên KM là tiếp tuyến của đường tròn (O)

d. MNKC là hình thoi đều 

**Bài 4:** Cho đường tròn (O) đường kính AB, vẽ  tại trung điểm I của OA. Các tiếp tuyến với đường tròn tại C và D cắt nhau ở M

a. Chứng minh rằng M, A, B thẳng hàng

b. Tứ giác OCAD là hình gì

c. Tính 

d. Chứng minh đường thẳng MC là tiếp tuyến của đường tròn (B; BI)

**Lời giải**

a. AB là trung trực của CD, có MC = MD ( tc tiếp tuyến )  thuộc đường trung trực của CD   thẳng hàng

b. Tứ giác OCAD có hai đường chéo vuông góc tại trung điểm mỗi đường nên là hình thoi

c.  có OA = OC = AC nên là tam giác đều

   
d. Hạ BK vuông góc MC, ta có :  là phân giác 

 là phân giác của 

(dựa vào tính chất hai tia phân giác của hai góc kề bù thì vuông góc với nhau)

Ta có :  là hai góc kề bù, CA là phân giác góc MCD, AC vuông góc CB nên CB là phân giác góc DCK.